

1. 开场
6.KKT

2. 建模
7. 中国案例

3. 边际原理
8. 国际案例

4. 拉格朗日
9. 论文

5. 影子价格
10. 出门票



四川轻化工大学
SICHUAN UNIVERSITY OF SCIENCE & ENGINEERING

第 1 周：作为决策方法的约束优化

管理科学与工程高等微观经济学

四川轻化工大学

今天的问题：当多项活动争夺同一批稀缺资源时，应当如何分配？

今天的目标与证据边界



目标：取一个真实管理中的资源分配问题，

- ▶ 把它写成一个约束优化（constrained optimization）问题；
- ▶ 推导最优性条件，并解释影子价格（shadow price）的含义；
- ▶ 把结果转化为可以直接写入论文模型段落。

今天各案例的证据边界：

- ▶ **南方航空 / 北斗调度**：仅有国资委案例报道；无运营数据——所有数字均为教学化假设（stylized teaching assumptions）。
- ▶ **中科院预算绩效试点**：制度结构来自试点报道；真实支出科目与绩效目标来自 2023 年中科院预算文件——可直接使用。
- ▶ **ENGIE**：INSEAD 案例提供完整的业务叙述。
- ▶ **Kamaths Ourtimes**：仅有文献著录信息——仅作瓶颈概念的连接点；不得虚构生产数据。

第一部分 — 管理者真正问的是什么



管理者通常**不会**问：

- ▶ 抽象意义上的最优组织是什么？

他们问的是：

- ▶ 一笔固定预算应当怎么分？
- ▶ 多出来的一名员工、一辆车、一台服务器、一笔资助该给哪项活动？
- ▶ 真正限制绩效的是哪条约束？
- ▶ 如果放松这条约束，能带来多少收益？

第一部分 — 课程的基本流程



真实决策 → 模型 → 优化条件 → 管理解释 → 写入论文



第一部分 — 数学诊断



快速检查：

1. 对 $f(x) = 6\sqrt{x}$ 求导。
2. 总量、平均量与边际量之间有什么区别？
3. 如果多出来的一单位预算可以用于两项活动，应当比较什么？



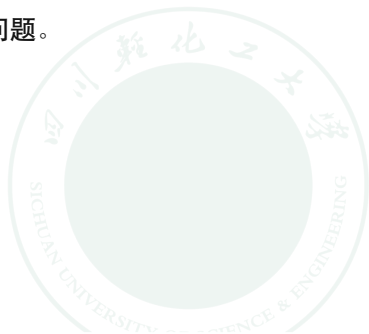
第一部分 — 你自己的分配问题



从你的研究、实习或工作经历中，想一个资源分配问题。

写一句话：

- ▶ 谁在做决策？
- ▶ 什么是稀缺的？
- ▶ 选择的是什么？



第二部分 — 一个完整的优化问题需要什么



一个完整的管理优化问题必须明确：

1. 决策者
2. 目标
3. 选择变量
4. 约束
5. 参数



第二部分 — 决策者、目标、选择与参数



决策者：企业经理、机场运营方、研究所所长、大学行政管理者、平台经理、监管机构或公共部门

目标：利润、成本降低、服务可靠性、创新产出、预算绩效、社会价值

选择变量：预算份额、劳动工时、车辆指派、项目数量、平台资源、按活动分配的研究经费

参数：价格或单位成本、生产率、可用预算、产能上限、时间窗口

第二部分 — 约束与四种常见建模错误



典型约束：

- ▶ 预算、产能、时间
- ▶ 人员编制
- ▶ 安全或最低服务要求
- ▶ 非负性

避免这些错误：

1. 在没有依据的情况下把目标当成约束
2. 加入制度上并不存在的约束
3. 使用无法观测或无法近似的目标
4. 把平均生产率与边际生产率混为一谈

第二部分 — 快速建模练习



对每个情境，指出：**决策者、目标、选择变量、一条紧约束。**

1. 机场地面运行
2. 科研院所预算分配
3. 数字平台组合
4. 存在一个瓶颈工序的生产线



第三部分 — 净收益与一阶条件



设 Q 为一个管理控制变量。

$$N(Q) = B(Q) - C(Q)$$

最大化净收益 (net benefit) $N(Q)$ 。





第三部分 — 净收益与一阶条件

设 Q 为一个管理控制变量。

$$N(Q) = B(Q) - C(Q)$$

最大化净收益 (net benefit) $N(Q)$ 。在内点最优处：

$$\frac{dN}{dQ} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dB}{dQ} = \frac{dC}{dQ}$$



第三部分 — 净收益与一阶条件

设 Q 为一个管理控制变量。

$$N(Q) = B(Q) - C(Q)$$

最大化净收益 (net benefit) $N(Q)$ 。在内点最优处：

$$\frac{dN}{dQ} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dB}{dQ} = \frac{dC}{dQ}$$

Baye 边际原理

$$MB = MC$$

第三部分 — 解读 $MB = MC$; 为什么一个变量不够



管理上的解读:

- ▶ 若 $MB > MC$, 扩张该活动。
- ▶ 若 $MB < MC$, 收缩该活动。
- ▶ 若 $MB = MC$, 任何微小调整都无法改善结果。

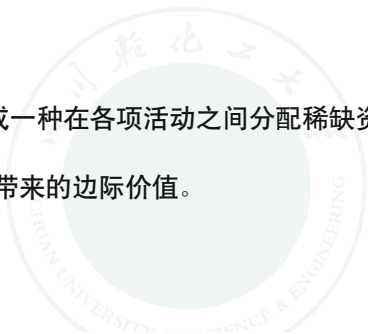
大多数组织并不是只选择一个活动的水平。它们要在**多项相互竞争的活动之间分配稀缺资源**：两个研究计划、两条服务线路、两个数字平台、两个生产工序。

第三部分 — 通向拉格朗日函数的桥梁



拉格朗日乘子 (Lagrange multiplier) 把边际分析变成一种在各项活动之间分配稀缺资源的方法。

比较各项活动每单位成本所能带来的边际价值。





第四部分 — 两活动分配问题

一位管理者把固定预算 B 在两项活动之间分配：

$$V(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta, \quad A > 0, \quad 0 < \alpha, \beta < 1$$

约束为

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 \leq B.$$

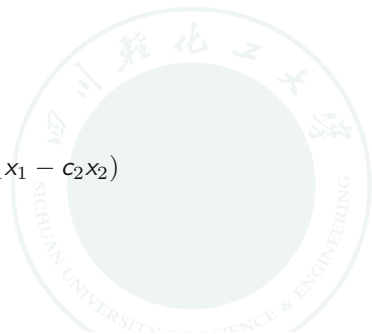
暂且假设：

- ▶ 两项活动都被使用；
- ▶ 预算是紧的；
- ▶ 没有产能约束是紧的。

第四部分 — 构造拉格朗日函数



$$\mathcal{L} = Ax_1^\alpha x_2^\beta + \lambda (B - c_1 x_1 - c_2 x_2)$$



第四部分 — 一阶条件



对 $\mathcal{L}$ 分别关于 x_1 、 x_2 和 λ 求导：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^\beta - \lambda c_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \beta A x_1^\alpha x_2^{\beta-1} - \lambda c_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = B - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0.$$

在解方程之前， λ 意味着什么？

第四部分 — 一阶条件



对 $\mathcal{L}$ 分别关于 x_1 、 x_2 和 λ 求导：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^\beta - \lambda c_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = B - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0.$$

在解方程之前， λ 意味着什么？

第四部分 — 一阶条件



对 $\mathcal{L}$ 分别关于 x_1 、 x_2 和 λ 求导:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^\beta - \lambda c_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \beta A x_1^\alpha x_2^{\beta-1} - \lambda c_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = B - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0.$$



第四部分 — 一阶条件

对 $\mathcal{L}$ 分别关于 x_1 、 x_2 和 λ 求导：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^\beta - \lambda c_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \beta A x_1^\alpha x_2^{\beta-1} - \lambda c_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = B - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0.$$

在解方程之前， λ 意味着什么？

第四部分 — 求解：每单位成本的边际价值相等



由前两个一阶条件，用第一个除以第二个：

$$\frac{\alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta A x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \frac{c_1}{c_2}$$

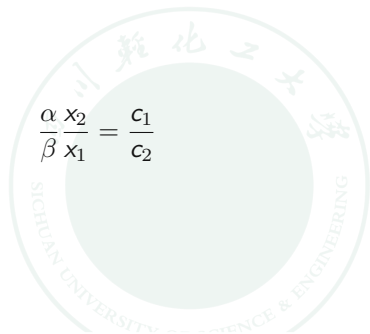


第四部分 — 求解：每单位成本的边际价值相等



由前两个一阶条件，用第一个除以第二个：

$$\frac{\alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta A x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{c_1}{c_2}$$





第四部分 — 求解：每单位成本的边际价值相等

由前两个一阶条件，用第一个除以第二个：

$$\frac{\alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta A x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \frac{c_1}{c_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{c_1}{c_2}$$

于是：

$$\alpha c_2 x_2 = \beta c_1 x_1, \quad x_2 = \frac{\beta c_1}{\alpha c_2} x_1.$$

第四部分 — 求解：代入预算约束



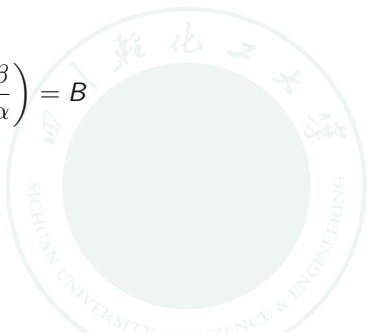
$$c_1 x_1 + c_2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{c_1}{c_2} x_1 \right) = B$$



第四部分 — 求解：代入预算约束



$$c_1 x_1 + c_2 \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2} x_1 \right) = B \quad \Rightarrow \quad c_1 x_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) = B$$



第四部分 — 求解：代入预算约束



$$c_1 x_1 + c_2 \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2} x_1 \right) = B \quad \Rightarrow \quad c_1 x_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) = B \quad \Rightarrow \quad c_1 x_1 \frac{\alpha + \beta}{\alpha} = B$$



第四部分 — 求解：代入预算约束

$$c_1 x_1 + c_2 \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2} x_1 \right) = B \quad \Rightarrow \quad c_1 x_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) = B \quad \Rightarrow \quad c_1 x_1 \frac{\alpha + \beta}{\alpha} = B$$

最优分配

$$x_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{B}{c_1}, \quad x_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{B}{c_2}$$

第四部分 — 经济学条件



内点最优

$$\frac{\partial V / \partial x_1}{c_1} = \frac{\partial V / \partial x_2}{c_2} = \lambda$$

快速检查：平均生产率更高的活动，是否总该得到下一元钱？



第四部分 — 经济学条件

内点最优

$$\frac{\partial V / \partial x_1}{c_1} = \frac{\partial V / \partial x_2}{c_2} = \lambda$$

快速检查：平均生产率更高的活动，是否总该得到下一元钱？
不是——正确的比较是**每单位成本的边际价值**。



第五部分 — 最优值与影子价格

定义：

$$V^*(B) = V(x_1^*(B), x_2^*(B)).$$

预算的影子价格

$$\lambda^* = \frac{\partial V^*(B)}{\partial B}$$

第五部分 — 数值例子；直接验证乘子



教学化例子 — 并非案例数据。

$$V(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 4, \quad B = 100.$$

$$x_1^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{1} = 50, \quad x_2^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{4} = 12.5, \quad V^* = \sqrt{50 \cdot 12.5} = 25.$$



第五部分 — 数值例子；直接验证乘子

教学化例子 — 并非案例数据。

$$V(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 4, \quad B = 100.$$

$$x_1^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{1} = 50, \quad x_2^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{4} = 12.5, \quad V^* = \sqrt{50 \cdot 12.5} = 25.$$

把预算增加到 $B = 101$ ：

$$x_1^* = 50.5, \quad x_2^* = 12.625, \quad V^* = \sqrt{50.5 \cdot 12.625} = 25.25.$$

预算增加使最优绩效提高了 0.25。



第五部分 — 数值例子；直接验证乘子

教学化例子 — 并非案例数据。

$$V(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 4, \quad B = 100.$$

$$x_1^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{1} = 50, \quad x_2^* = \frac{1/2}{1} \frac{100}{4} = 12.5, \quad V^* = \sqrt{50 \cdot 12.5} = 25.$$

把预算增加到 $B = 101$:

$$x_1^* = 50.5, \quad x_2^* = 12.625, \quad V^* = \sqrt{50.5 \cdot 12.625} = 25.25.$$

预算增加使最优绩效提高了 0.25。直接验证：

$$V^*(B) = \frac{B}{4}, \quad \lambda^* = \frac{dV^*}{dB} = \frac{1}{4}.$$

第五部分 — 平均生产率陷阱



教学化例子 — 并非案例数据。

活动	总价值	总成本	每元平均价值	下一元的边际价值
A	80	20	4.0	0.8
B	30	15	2.0	1.2

下一元钱应该给哪项活动？



第五部分 — 平均生产率陷阱

教学化例子 — 并非案例数据。

活动	总价值	总成本	每元平均价值	下一元的边际价值
A	80	20	4.0	0.8
B	30	15	2.0	1.2

下一元钱应该给哪项活动？答案：活动 B。

用一句话把这张表解释回来。

课间休息



回来后请准备好回答：

- ▶ 预算约束与产能约束有什么区别？
- ▶ 瓶颈会如何改变“更多钱”的价值？





第六部分 — 从等式到产能约束

在真实组织中，约束往往是不等式：

$$c_1x_1 + c_2x_2 \leq B, \quad x_1 \leq K, \quad x_i \geq 0.$$

一种资源可能受限于资金、产能、人员、时间或技术。

扩展后的问题：

$$\max_{x_1, x_2} V(x_1, x_2)$$

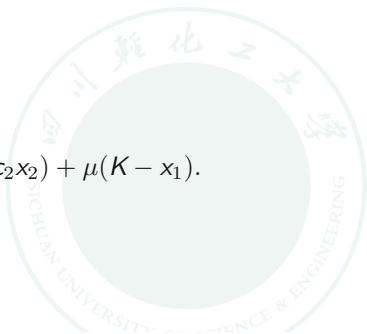
约束为

$$c_1x_1 + c_2x_2 \leq B, \quad x_1 \leq K, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

第六部分 — 带两个约束的拉格朗日函数



$$\mathcal{L} = V(x_1, x_2) + \lambda(B - c_1x_1 - c_2x_2) + \mu(K - x_1).$$



第六部分 — 库恩-塔克条件：平稳性



对于选择变量非负的最大化问题：

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_1} - \lambda c_1 - \mu &\leq 0, & x_1 &\geq 0, & x_1 \left(\frac{\partial V}{\partial x_1} - \lambda c_1 - \mu \right) &= 0, \\ \frac{\partial V}{\partial x_2} - \lambda c_2 &\leq 0, & x_2 &\geq 0, & x_2 \left(\frac{\partial V}{\partial x_2} - \lambda c_2 \right) &= 0. \end{aligned}$$

第六部分 — 库恩-塔克条件：平稳性



对于选择变量非负的最大化问题：

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_1} - \lambda c_1 - \mu &\leq 0, & x_1 &\geq 0, & x_1 \left(\frac{\partial V}{\partial x_1} - \lambda c_1 - \mu \right) &= 0, \\ \frac{\partial V}{\partial x_2} - \lambda c_2 &\leq 0, & x_2 &\geq 0, & x_2 \left(\frac{\partial V}{\partial x_2} - \lambda c_2 \right) &= 0. \end{aligned}$$

第六部分 — 库恩-塔克条件：乘子



$$\lambda \geq 0, \quad B - c_1 x_1 - c_2 x_2 \geq 0, \quad \lambda (B - c_1 x_1 - c_2 x_2) = 0,$$

$$\mu \geq 0, \quad K - x_1 \geq 0, \quad \mu (K - x_1) = 0.$$

哪个乘子告诉我们“更多钱”的价值，哪个告诉我们“更多产能”的价值？

第六部分 — 库恩-塔克条件：乘子



$$\begin{aligned}\lambda &\geq 0, & B - c_1x_1 - c_2x_2 &\geq 0, & \lambda(B - c_1x_1 - c_2x_2) &= 0, \\ \mu &\geq 0, & K - x_1 &\geq 0, & \mu(K - x_1) &= 0.\end{aligned}$$

第六部分 — 库恩-塔克条件：乘子



$$\begin{aligned}\lambda &\geq 0, & B - c_1x_1 - c_2x_2 &\geq 0, & \lambda(B - c_1x_1 - c_2x_2) &= 0, \\ \mu &\geq 0, & K - x_1 &\geq 0, & \mu(K - x_1) &= 0.\end{aligned}$$

哪个乘子告诉我们“更多钱”的价值，哪个告诉我们“更多产能”的价值？



第六部分 — 三种状态；解读互补松弛

三种状态：

1. 产能松弛： $x_1^* < K$ 且 $\mu = 0$
2. 产能紧约束： $x_1^* = K$ 且 $\mu > 0$
3. 角点解：若某活动的边际价值太低，它可能分不到任何资源

管理上的解读：

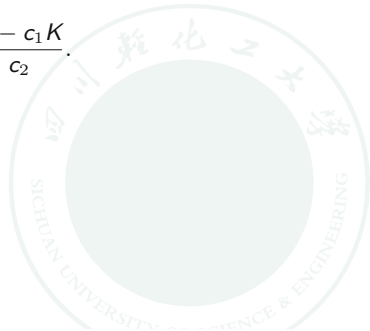
- ▶ 松弛的约束 $\Rightarrow$ 乘子为零
- ▶ 紧约束 $\Rightarrow$ 正的影子价值
- ▶ 紧的产能约束 $\Rightarrow$ 瓶颈
- ▶ 若产能是紧的，只增加钱可能帮不上大忙

第六部分 — 产能紧约束时，什么变了？



如果无约束最优想要 $x_1 > K$ ，那么约束最优把该活动顶在产能上限上；如果预算仍然是紧的：

$$x_1^* = K, \quad x_2^* = \frac{B - c_1 K}{c_2}.$$



第六部分 — 产能紧约束时，什么变了？



如果无约束最优想要 $x_1 > K$ ，那么约束最优把该活动顶在产能上限上；如果预算仍然是紧的：

$$x_1^* = K, \quad x_2^* = \frac{B - c_1 K}{c_2}.$$

使用正的 x_1, x_2 对应的一阶条件：

$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = \lambda c_2, \quad \frac{\partial V}{\partial x_1} = \lambda c_1 + \mu.$$



第六部分 — 产能紧约束时，什么变了？

如果无约束最优想要 $x_1 > K$ ，那么约束最优把该活动顶在产能上限上；如果预算仍然是紧的：

$$x_1^* = K, \quad x_2^* = \frac{B - c_1 K}{c_2}.$$

使用正的 x_1, x_2 对应的一阶条件：

$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = \lambda c_2, \quad \frac{\partial V}{\partial x_1} = \lambda c_1 + \mu.$$

瓶颈价值

$$\mu = \frac{\partial V}{\partial x_1} - c_1 \lambda$$

第六部分 — 教学化产能例子



教学化例子 — 并非案例数据。

$$V = x_1^{1/2} x_2^{1/2}, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 4, \quad B = 100, \quad \text{现在加入约束 } x_1 \leq K = 40.$$

无约束最优：

$$x_1^* = 50, \quad x_2^* = 12.5, \quad V^* = 25.$$

第六部分 — 教学化产能例子



教学化例子 — 并非案例数据。

$$V = x_1^{1/2} x_2^{1/2}, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 4, \quad B = 100, \quad \text{现在加入约束 } x_1 \leq K = 40.$$

无约束最优：

$$x_1^* = 50, \quad x_2^* = 12.5, \quad V^* = 25.$$

加入产能约束后：

$$x_1^* = 40, \quad x_2^* = \frac{100 - 40}{4} = 15, \quad V^* = \sqrt{40 \cdot 15} \approx 24.49.$$

产能使最优值下降约 0.51。此时，

$$\lambda \approx 0.204, \quad \mu \approx 0.102.$$

案例 A — 南方航空：基于北斗的机场调度



上传材料实际确立的事实：

- ▶ 国资委公布了 2020 年国有企业数字化转型案例名单。
- ▶ 中国南方航空集团出现在该名单中。
- ▶ 案例标题：“基于北斗的机场车辆与人员调度：优化资源配置、提升管理效率。”
- ▶ 上传的文件是一份名单，不是完整的运营数据集。

证据状态：仅有国资委名单；无运营数据——下文使用的任何数字均为教学化假设，并非案例事实。

案例 A — 建模任务



建立该问题的模型：

1. 决策者是谁？
2. 目标是什么？
3. 选择变量是什么？
4. 约束是什么？
5. 哪条约束最可能是紧的？



证据状态：仅有国资委名单；无运营数据——数字均为教学化假设。

案例 A — 预期建模与优化解读



一种站得住脚的建模：

- ▶ **决策者：**机场地面运行经理
- ▶ **目标：**最大化完成的服务任务数、最小化延误成本，或最大化服务可靠性
- ▶ **选择变量：**车辆指派、人员指派、分配给各服务类别的时间
- ▶ **约束：**车辆可用量、人员可用量、航班时间窗口、安全或最低服务要求
- ▶ **可能的瓶颈：**高峰时段车辆产能、合格人员，或时间窗口产能



案例 A — 预期建模与优化解读



一种站得住脚的建模：

- ▶ **决策者：**机场地面运行经理
- ▶ **目标：**最大化完成的服务任务数、最小化延误成本，或最大化服务可靠性
- ▶ **选择变量：**车辆指派、人员指派、分配给各服务类别的时间
- ▶ **约束：**车辆可用量、人员可用量、航班时间窗口、安全或最低服务要求
- ▶ **可能的瓶颈：**高峰时段车辆产能、合格人员，或时间窗口产能

设 x_V ：指派的车辆资源； x_S ：指派的人员资源。

$$\max_{x_V, x_S} V(x_V, x_S)$$

约束为

$$c_V x_V + c_S x_S \leq B,$$

$$x_V \leq K_V, \quad x_S \leq K_S, \quad x_V \geq 0, \quad x_S \geq 0.$$

内点最优处：

$$\frac{\partial V / \partial x_V}{c_V} = \frac{\partial V / \partial x_S}{c_S} = \lambda.$$

证据状态：仅有国资委名单；无运营数据——数字均为教学化假设。

案例 A — 复盘



讨论问题：

1. 这里的稀缺资源是什么：钱、车辆、人员，还是时间？
2. 你会首先放松哪条约束？
3. 该约束上的乘子意味着什么？

证据状态：仅有国资委名单；无运营数据——数字均为教学化假设。



案例 B — 中科院预算绩效试点：事实



上传的中科院材料确立的事实：

- ▶ 中科院在 6 家下属研究所开展了院级预算绩效评价试点。
- ▶ 评价体系包含 3 个一级维度：
 1. 资源配置
 2. 财务管理
 3. 绩效产出与效益
- ▶ 下设 17 个二级、29 个三级指标。
- ▶ 2023 年预算文件提供了支出科目与项目绩效目标表。

证据状态：制度结构来自试点报道；支出科目与绩效目标来自 2023 年中科院预算文件——可直接用于讨论。

案例 B — 预算科目作为建模原材料



2023 年中科院预算科目包括：

- ▶ 基础研究
- ▶ 应用研究
- ▶ 技术与开发
- ▶ 科技条件与服务
- ▶ 科技交流与合作

部分绩效目标（预算附录）：

- ▶ 加速器运行时间 ≥ 6500 小时
- ▶ 设施平均故障率 $\leq 5\%$
- ▶ 机时利用率 $\geq 80\%$
- ▶ 公共平台共享率 $\geq 70\%$
- ▶ 用户满意度 $\geq 85\%$
- ▶ 项目完成率 $\geq 95\%$

证据状态：科目与目标来自 2023 年中科院预算文件——真实文件内容，可直接使用。

案例 B — 建模任务与一种站得住脚的模型



把一家研究所看作在基础研究、应用研究、人才培养、平台或设施运行、技术转移之间分配一个受约束的预算。建立一个包含绩效目标、一条预算约束，以及至少一条产能或制度约束的模型。



案例 B — 建模任务与一种站得住脚的模型



把一家研究所看作在基础研究、应用研究、人才培养、平台或设施运行、技术转移之间分配一个受约束的预算。建立一个包含绩效目标、一条预算约束，以及至少一条产能或制度约束的模型。

设 x_j 为分配给活动 j 的资源；一种可能的目标是 $V(x) = \sum_j w_j v_j(x_j)$ ，其中 $v_j(x_j)$ 是活动 j 可测量的绩效贡献：

$$\max_x V(x) \quad \text{约束为} \quad \sum_j c_j x_j \leq B, \quad x_j \leq K_j, \quad x_j \geq 0, \quad \text{内点:} \quad \frac{\partial V / \partial x_j}{c_j} = \lambda.$$

证据状态：模型是我们的建模；制度事实来自试点报道与 2023 年中科院预算文件。

案例 B — 讨论问题



1. 当决策者是公立科研院所时，目标函数是什么？
2. 哪些约束是财务性的，哪些是制度性或技术性的？
3. 在“每多一单位科研预算的影子价值”这句话中， λ 意味着什么？
4. 为什么“每元边际绩效相等化”可能与现有预算份额相冲突？

证据状态：事实来自试点报道与 2023 年中科院预算文件；模型本身是教学建模。

案例 C — ENGIE：从大量概念验证到组合问题



案例关键事实：

- ▶ ENGIE 鼓励分散化试验，到 2016 年达到了约 300 个概念验证（POC）。
- ▶ 随后收敛到约 10 个可扩展的数字平台。
- ▶ 组织从地方性数字项目转向集中管理、财务问责更清晰的产品。
- ▶ 重要约束：工程人才、数据质量、业务单元采纳、可扩展性与投资能力。

为什么 300 个 POC 并不自动等于最优组合：并非所有项目都能扩展；并非所有项目都有清晰的商业价值；人才与数据是有限的；重复建设与定制化抬高成本；实现规模可能需要集中协调。

证据状态：事实为 INSEAD 案例（ENGIE, 2022）中的报道事实；下文的组合模型是案例底层的优化逻辑，并非 ENGIE 内部预算流程的复刻。



案例 C — ENGIE 的组合分配模型

设 x_i 为分配给数字平台 i 的资源。一个紧凑的模型：

$$\max_{\{x_i\}} \sum_i V_i(x_i)$$

约束为

$$\sum_i c_i x_i \leq B, \quad 0 \leq x_i \leq K_i.$$

其中：

- ▶ $V_i(x_i)$ ：平台 i 的预期价值
- ▶ B ：中央数字投资预算
- ▶ K_i ：平台 i 的交付、数据或采纳产能

证据状态：模型是案例逻辑的教学建模；案例事实为 INSEAD 案例中的报道事实。

案例 C — 一阶逻辑



$$\mathcal{L} = \sum_i V_i(x_i) + \lambda \left(B - \sum_i c_i x_i \right) + \sum_i \mu_i (K_i - x_i).$$



案例 C — 一阶逻辑

$$\mathcal{L} = \sum_i V_i(x_i) + \lambda \left(B - \sum_i c_i x_i \right) + \sum_i \mu_i (K_i - x_i).$$

对于获得资助且产能松弛的平台：

$$V_i(x_i) = \lambda c_i.$$



案例 C — 一阶逻辑

$$\mathcal{L} = \sum_i V_i(x_i) + \lambda \left(B - \sum_i c_i x_i \right) + \sum_i \mu_i (K_i - x_i).$$

对于获得资助且产能松弛的平台：

$$V'_i(x_i) = \lambda c_i.$$

对于处于产能上限 $x_i = K_i$ 的平台：

$$V'_i(K_i) = \lambda c_i + \mu_i.$$



案例 C — 一阶逻辑

$$\mathcal{L} = \sum_i V_i(x_i) + \lambda \left(B - \sum_i c_i x_i \right) + \sum_i \mu_i (K_i - x_i).$$

对于获得资助且产能松弛的平台：

$$V_i'(x_i) = \lambda c_i.$$

对于处于产能上限 $x_i = K_i$ 的平台：

$$V_i'(K_i) = \lambda c_i + \mu_i.$$

对于处于零角点的平台：

$$V_i'(0) \leq \lambda c_i.$$

案例 C — 讨论问题



1. 为什么拥有大量概念验证不等同于拥有最优组合？
2. 把资源集中到更少但可扩展的平台上，能带来什么？
3. 在 ENGIE，哪条约束更具限制性：财务预算、工程产能、数据可得性，还是业务单元采纳？
4. 什么时候分散化会产生角点解，使某个地方平台分不到公司资源？

证据状态：案例事实为 INSEAD 案例中的报道事实；复盘解读的是教学模型，而非 ENGIE 的内部数据。

案例 D — Kamaths Ourtimes 冰淇淋：瓶颈逻辑



今天可以用的：出版方列出的主题——识别并缓解生产瓶颈；与产能约束相联系的运营管理能力。

今天还不能用的：没有产量数字、没有工序时间、没有财务数值、没有案例特有的数值作业。完整的 Ivey 案例在付费墙之后，必须先获取才能用于基于数据的课堂教学。

引导性问题：

如果一个生产工序已达产能上限，为什么给其他工序增加劳动或预算可能带不来任何额外产出？

证据状态：仅有文献著录信息——仅作瓶颈概念连接点使用；无案例数据。

第九部分 — 第 1 周的“写入论文”必须做什么



你的段落必须做四件事：

1. 定义决策问题；
2. 陈述约束；
3. 给出最优性条件；
4. 用管理语言解释乘子。





第九部分 — 完整的“写入论文”模板

模板 — 要改写，不要照抄

设 x_1 与 x_2 表示分配给两项相互竞争的活动的资源。组织选择 x_1 与 x_2 以最大化绩效 $V(x_1, x_2)$ ，约束为预算约束 $c_1x_1 + c_2x_2 \leq B$ 以及相关产能约束 $x_i \leq K_i$ 。该问题的拉格朗日函数为

$$\mathcal{L} = V(x_1, x_2) + \lambda(B - c_1x_1 - c_2x_2) + \sum_i \mu_i(K_i - x_i).$$

对于内点分配，一阶条件意味着

$$\frac{\partial V / \partial x_i}{c_i} = \lambda.$$

因此，当每项获得资助的活动每单位成本产生相同的边际绩效时，资源分配达到最优。乘子 λ 衡量放松预算约束的影子价值，而 μ_i 衡量放松产能约束 i 的影子价值。一条紧的产能约束表明：除非同时放松底层瓶颈，否则追加资金的价值可能有限。

第九部分 — 必做的改写与命题式推论



把泛泛术语替换为案例特有的变量：

- ▶ 机场调度：车辆、人员、服务任务、延误成本
- ▶ 中科院：研究活动、预算科目、绩效产出
- ▶ ENGIE：数字平台、工程产能、数据资源
- ▶ Kamaths：生产工序与瓶颈产能

命题

若两项活动都获得正的资源且只有预算约束是紧的，则最优分配使两者每单位成本的边际绩效相等。
若某活动的产能约束是紧的，应先把边际资源用于放松该约束，再扩张非瓶颈活动。

第九部分 — 写作任务与检查



选择一个主案例，起草一段可直接写入论文的段落核心。它必须包含：

1. 决策者
2. 选择变量
3. 目标
4. 预算与产能约束
5. 一条最优性条件
6. 一条乘子解释
7. 一条管理或实证推论

检查标准：目标可观测吗？约束真实吗？乘子解释正确吗？是否有一条清晰的推论？

第九部分 — 写作要点



一段强的第 1 周“写入论文”应当有：

- ▶ 一个真实的决策者
- ▶ 一种真实的稀缺资源
- ▶ 一个可解释的目标
- ▶ 一条干净的最优性条件
- ▶ 一句正确的影子价值陈述



出门票 (exit ticket)



用不超过五行回答：

1. 最大化的是什么？
2. 选择的是什么？
3. 哪条约束是紧的？
4. 相应的乘子衡量什么？
5. 如果放松该约束，会发生什么变化？



最低标准与下周预告



最低合格标准：

- ▶ 识别出一条真实的约束；
- ▶ 区分预算乘子与产能乘子；
- ▶ 陈述一条可解释的推论。

下周：

- ▶ 我们将从单期约束分配走向更丰富的管理决策情境。

建模 (Formulate) → 求解 (Optimize) → 解释 (Interpret) → 写入论文 (Thesis Insertion)